Formale Sprachen und Automaten

Prof. Dr. Uwe Nestmann - 09. August 2023

Schriftlicher Test

Studierendenidentifikation:

NACHNAME	
VORNAME	
MATRIKELNUMMER	
STUDIENGANG	☒ Informatik Bachelor, ☐ _____

Aufgabenübersicht:

AUFGABE	SEITE	PUNKTE	THEMENBEREICH
1	3	17	MODELLE REGULÄRER SPRACHEN
2	4	20,5	MINIMIERUNG EINES DFA
3	6	11,5	SYNTAXBAUM UND CYK-ALGORITHMUS
4	7	11	MODELLE KONTEXTFREIER SPRACHEN

1,5 Punkte in diesem Test entsprechen einem Portfoliopunkt.

Korrektur:

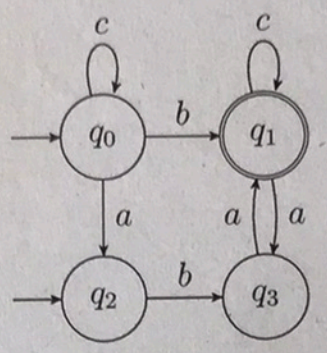
AUFGABE	1	2	3	4	$\sum$
PUNKTE	17	20,5	11,5	11	60
ERREICHT	3+3,5	19	7,5	1+0	34
KORREKTOR					
EINSICHT					

Matrikelnummer: _____ Name: _____

Aufgabe 1: Modelle Regulärer Sprachen **(17 Punkte)**

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$,
die reguläre Sprache $A_1 \triangleq \{ a^n(aba)^m a \mid m, n \in \mathbb{N} \}$,
die reguläre Grammatik $G_2 \triangleq (\{ S, A, B, C \}, \Sigma, P_2, S)$ und
der NFA $M_3 \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}, \Sigma, \Delta_3, \{ q_0, q_2 \}, \{ q_1 \})$ mit:

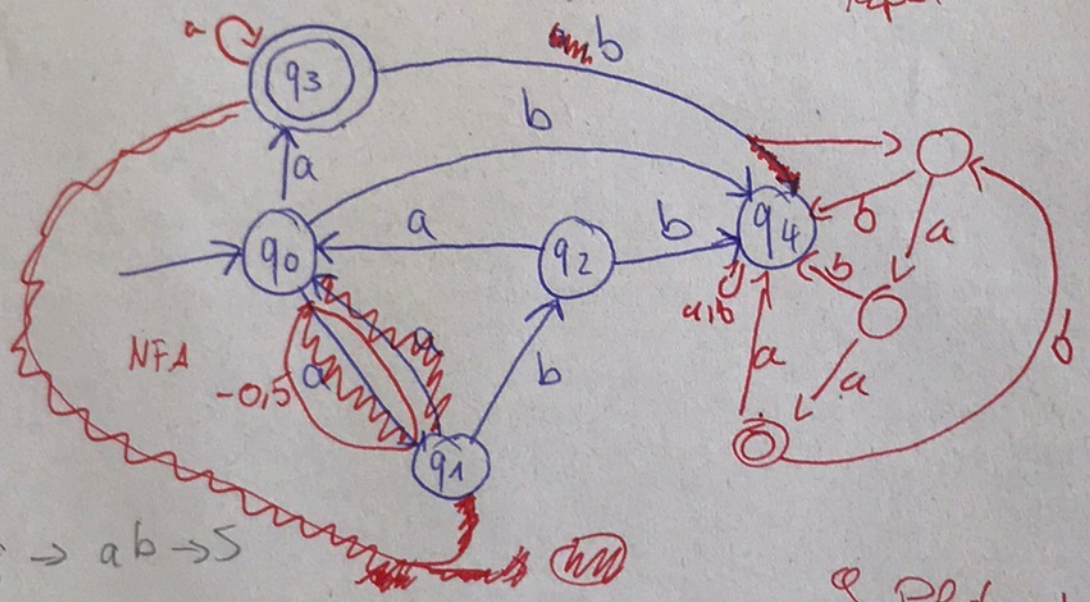
Δ_3:



P_2:
$$\begin{aligned} S &\to aB \mid c \mid cS \mid cA \\ A &\to bC \\ B &\to bS \mid cC \\ C &\to a \mid aA \end{aligned}$$

a. **(8 Punkte)** *Gib* einen DFA M_1 mit $\mathrm{L}(M_1) = A_1$ *an.*

Tupel − 1



8 Pferde + 1 DFA

3/8

b. **(5.5 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}(G_2)$ *an,* ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

c, cc^*, cc^*S

0 / 5,5

c. **(3.5 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}(M_3)$ *an,* ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

~~$L(M_3) = \{ wx \mid w \in \{ c^n b, c^n aba, ba \}^3 \wedge n \in \mathbb{N} \wedge x$~~

$L(M_3) = L((c^*b + c^*aba + ba)(aa + \underset{C}{\cancel{b}})^*)$ ✓ 3,5/3,5

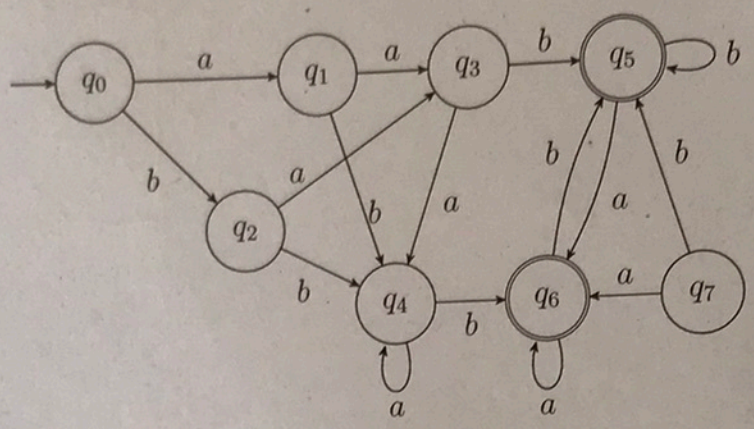
Matrikelnummer: _____ Name: _____

,5

(20,5 Punkte)

Aufgabe 2: Minimierung eines DFA

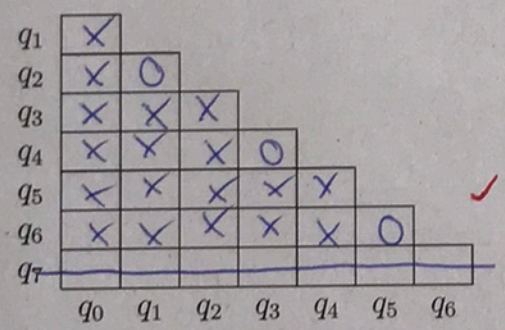
Gegeben sei der DFA $M \triangleq (Q, \Sigma, \delta, q_0, \{ q_5, q_6 \})$ mit $Q = \{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7 \}$, $\Sigma = \{ a, b \}$ und δ:



a. **(0.5 Punkte)** *Gib an:* Welche Zustände sind nicht erreichbar?

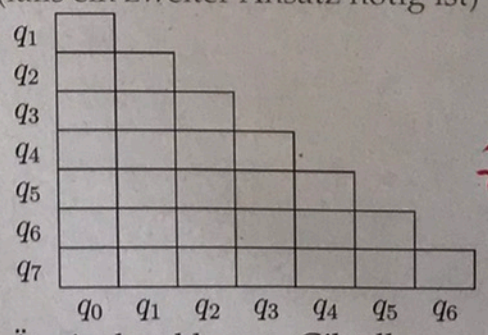
q_7 ✓ 0,5

b. **(7.5 Punkte)** *Gib an:* Fülle die folgende Tabelle entsprechend des Table-Filling-Algorithmus zum Minimieren von DFAs aus. Verwende dabei Kreuze (x) für nicht äquivalente und Kreise (o) für äquivalente Zustände (äquivalent im Sinne von FS 2.3.2 bzw. 2.3.8).
Hinweis: Bitte streiche zunächst alle Zeilen und Spalten für nicht erreichbare Zustände, falls es solche Zustände in M gibt.



✓

Ersatztabelle
(falls ein zweiter Ansatz nötig ist)



7,5

c. **(3.5 Punkte)** Die Minimierung unterteilt Q in Äquivalenzklassen. *Gib* alle Äquivalenzklassen *an*, die sich aus der Tabelle ergeben.
Hinweis: Hierbei ist nach den konkreten Mengen in Mengenschreibweise gefragt. Das heißt, Repräsentanten sind nicht ausreichend.

$[q_0] = \{q_0\}$ ✓
$[q_1] = \{q_1, q_2\}$ ✓
$[q_3] = \{q_3, q_4\}$ ✓
$[q_5] = \{q_5, q_6\}$ ✓

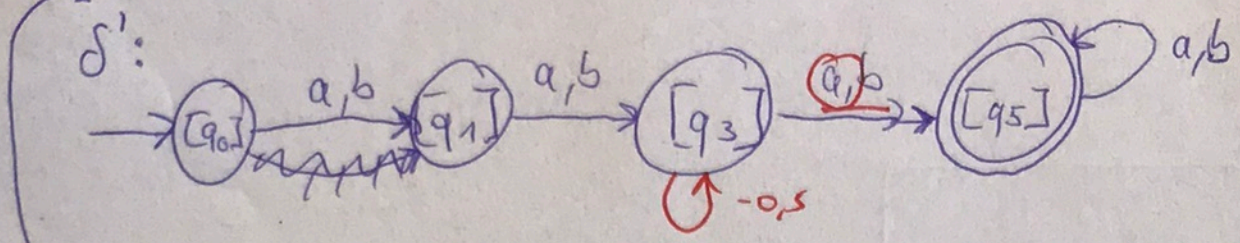
3,5

Matrikelnummer: _____

d. **(6 Punkte)** Gib den

Matrikelnummer: _____ Name: _____

d. **(6 Punkte)** *Gib* den minimierten DFA M' *an.* ~~$M \triangleq (\{[q_0],[q_1],[q_3],[q_5]\}, \Sigma, \delta'$~~



$M' \triangleq (\{[q_0],[q_1],[q_3],[q_5]\}, \Sigma, \delta', \{[q_5]\})$

[q3], -0,5

5/6

e. **(3 Punkte)** *Gib* $L(M)$ *an,* ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

$L(M) = \{w \mid w \in \Sigma^* \wedge |w| \geq 3\}$

ab Übergang fehlt -0,5

2,5/3

Matrikelnummer: _____ Name: _____

,5

Aufgabe 3: Syntaxbaum und CYK-Algorithmus **(11,5 Punkte)**

Gegeben sei ein Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$, sowie die Grammatiken $G_1 \triangleq (\{ S_1, A, B, C, D \}, \Sigma, P_1, S_1)$ und $G_2 \triangleq (\{ S_2, T, R, Q \}, \Sigma, P_2, S_2)$ mit:

$$
\begin{array}{lrcl}
P_1: & S_1 & \to & AC \\
 & A & \to & AB \mid a \\
 & B & \to & c \mid b \mid DD \\
 & C & \to & BC \mid DA \\
 & D & \to & b \mid BA
\end{array}
\qquad
\begin{array}{lrcl}
P_2: & S_2 & \to & b \mid aTR \mid bc \\
 & T & \to & aT \mid RTS_2 \mid aQS_2 \\
 & Q & \to & c \mid cQ \\
 & R & \to & aT \mid b
\end{array}
$$

a. **(8 Punkte)** *Berechne:* Gegeben sei das Wort $w \triangleq acaba$. Löse mit dem CYK-Algorithmus das Wortproblem: $w \in \mathrm{L}(G_1)$ oder $w \notin \mathrm{L}(G_1)$? Fülle dafür die Tabelle vollständig aus.

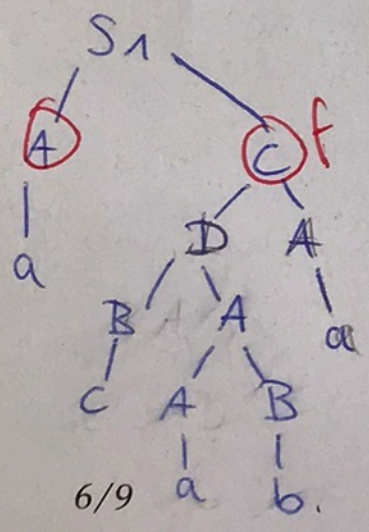
$CYK_w(i,j)$	1	2	3	4	5
1: a	{A}	{A}	{A}	{A}	{S1} (✓)
2: c	{B}	{B,D} (-0,5)	{D} (✓)	{C} (✓)	
3: a	{A}	{A}	{S1}		
4: b	{B,D}	{C,D}			
5: a	{A}				

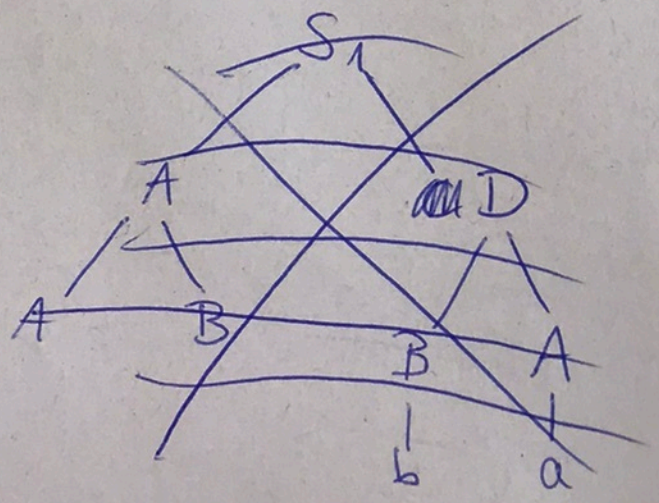
$w \in L(G_1)$ (✓)

b. **(3.5 Punkte)** Gegeben sei die folgende Ableitung.

$$\sigma \triangleq S_2 \Rightarrow_{G_2} aTR \Rightarrow_{G_2} aTb \Rightarrow_{G_2} aaTb \Rightarrow_{G_2} aaaQS_2b \Rightarrow_{G_2} aaacS_2b \Rightarrow_{G_2} aaacbcb$$

Gib den zugehörigen Syntaxbaum an.





Matrikelnummer: _____ Name: _____

Aufgabe 4: Modelle Kontextfreier Sprachen **(11 Punkte)**

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$ und die kontextfreie Sprache:

$$A \triangleq \{ ba^m wb^{2n} \mid n \in \mathbb{N} \wedge m \in \mathbb{N}^+ \wedge w \in \{ b, c \}^* \wedge |w| = m \}$$

a. **(5.5 Punkte)** *Gib* eine Typ-2 Grammatik G mit $\mathrm{L}(G) = A$ *an.*

$G \triangleq$

P: $S \to AB$

$B \to BB \mid bb \mid \varepsilon$ −0,5 Typ 0

$A \to bC$

1/5,5

b. **(5.5 Punkte)** *Gib* einen PDA M mit $\mathrm{L}_{\mathrm{End}}(M) = \mathrm{L}_{\mathrm{Kel}}(M) = A$ *an.*

0