Das Fachgebiet hat am 18.03.2026 darauf hingewiesen, dass diese Klausuren *alt* sind. Somit sind sie vermutlich nicht sonderlich repräsentativ für die aktuellen Klausuren.

FAKULTÄT IV
Fachgebiet Elektronische Mess- und Diagnosetechnik
22. Februar 2012

Grundlagen der elektronischen Messtechnik

Name: .....

Vorname: .....

Matr.-Nr.: .....

Bitte den Laborbetreuer ankreuzen			
Florian Stahl	Stefan Cirol	Weiye Cheng	Juri Steblau
Mahmoud Felk	Samuel Schilling	Danny Volkmann	nicht sicher / sonstiges

Bearbeitungszeit: 120 Minuten

- Trennen Sie den Aufgabensatz **nicht** auf.
- Benutzen Sie für die Lösung der Aufgaben **nur** das mit diesem Deckblatt ausgeteilte Papier. **Lösungen, die auf anderem Papier geschrieben werden, können nicht gewertet werden.** Weiteres Papier kann bei den Assistenten angefordert werden.
- **Notieren Sie bei der Aufgabe einen Hinweis, wenn die Lösung auf einem Extrablatt fortgesetzt wird**
- **Schreiben Sie deutlich!** Doppelte, unleserliche oder mehrdeutige Lösungen können nicht gewertet werden.
- Schreiben Sie **nicht** mit Bleistift! (Auch **nicht** in Zeichnungen und Skizzen!)
- Schreiben Sie nur in **blau** oder **schwarz**!
- Handys ausschalten und einpacken! **Klingelndes Handy bedeutet, dass die Klausur als nicht bestanden gewertet wird.**

A1	A2	A3	A4	A5	A6	Summe

1. Aufgabe (5 Punkte): Statistik

Es wurde die Induktivitäten von 10 Spulen gleicher Bauart gemessen:

Index k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
L_k[nH]	688	662	683	687	661	681	683	668	698	672

1.1. Parameterschätzung (1 Punkt)

Berechnen Sie den empirischen Mittelwert und die empirische Standardabweichung der Induktivitätswerte.

1.2. Vertrauensintervall (1 Punkt)

Tabelle 1: Vertrauensbereiche für bekannte Standardabweichung σ

$t\sigma$	$0,5\sigma$	$0,67\sigma$	1σ	$1,65\sigma$	$1,96\sigma$	$2,58\sigma$	3σ	$3,3\sigma$
P [%]	38,3	50	68,3	90	95	99	99,73	99,9

1. Angenommen die wahre Standardabweichung der Verteilung sei $\sigma = 17\,\text{nH}$. Berechnen Sie das Vertrauensintervall des in Aufgabe 1.1 geschätzten Mittelwerts. Die statistische Sicherheit soll $99,73\,\%$ betragen. (0,5 Punkte)

2. Wie viele Messwerte müssten aufgenommen werden, damit der Vertrauensbereich höchstens $\pm 1\,\text{nH}$ beträgt? Die statistische Sicherheit soll weiterhin $99,73\,\%$ und die wahre Standardabweichung der Verteilung $\sigma = 17\,\text{nH}$ betragen. (0,5 Punkte)

1.3. Verteilungsfunktion (2 Punkte)

Gegeben Sei die folgende Verteilungsdichte:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}; & -1 \leq x < 0 \\ \frac{2}{3}; & 0 \leq x < 1 \\ 0; & \text{sonst} \end{cases}$$

1. Berechnen Sie den Erwartungswert μ der Verteilung. (0,5 Punkte)
2. Geben Sie die **allgemeine** Formel für die Berechnung der Verteilungsfunktion F_X aus der Verteilungs**dichte**funktion f_X an. (0,5 Punkte)
3. Geben Sie die Verteilungsfunktion F_X zu der gegebenen Verteilungs**dichte**funktion f_X an. Die Lösung kann mathematisch oder graphisch angegeben werden. In einer Grafik sind die Knickpunkte und die Achsen eindeutig zu beschriften! (1 Punkt)

1.4. Fragen (1 Punkt)

Kennzeichnen Sie die **richtigen** Aussagen (Für jede falsche Antwort werden 0,5 Punkte abgezogen. Die minimale Punktzahl für die gesamte Aufgabe beträgt 0):

1. Der Vertrauensbereich des Mittelwertes gibt ein Intervall an, in dem 99, 73 % aller Messwerte liegen.
2. Der arithmetische Mittelwert ist ein Schätzwert für den Erwartungswert einer Zufallsvariablen.
3. Alle realen Zufallsvariablen sind gaußverteilt.
4. Ein Histogramm ist die grafische Darstellung einer empirisch ermittelten Verteilungsfunktion.
5. Zufällige Messfehler können durch mehrfache Messung und anschließende Mittelwertbildung minimiert werden.

2. Aufgabe (5 Punkte): Regression und Interpolation

Es wurde die Spannung U_d über einer Diode in Abhängigkeit von dem Strom I_d gemessen. Hierbei wurden die folgenden Werte aufgenommen:

Index k	1	2	3	4	5
$I_d\,[\mu\mathrm{A}]$	1	10	100	500	1000
$U_d\,[\mathrm{mV}]$	118	186	246	288	299

2.1. lineare Interpolation (1 Punkt)

Geben Sie die Gleichung der linearen Interpolierenden für das Intervall $[100\,\mu\mathrm{A}, 500\,\mu\mathrm{A}]$ an. Bestimmen Sie mit ihrer Hilfe näherungsweise die Diodenspannung U_d bei einem Strom von $I_d = 250\,\mu\mathrm{A}$.

2.2. Parameterschätzung (3 Punkte)

Die Spannung U_d über der Diode lässt sich näherungsweise mit folgender Gleichung aus dem Diodenstrom I_d berechnen:

$$U_d = U_T \ln\left(\frac{I_d}{I_s}\right)$$

Es soll der Parameter $\mathbf{I_s}$ der Kennlinie mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate **berechnet werden**. U_T sei bekannt: $U_T = 26\,\mathrm{mV}$

1. Geben Sie eine Transformation für U_d an, mit deren Hilfe sich die Methode der kleinsten Fehlerquadrate anwenden lässt. (0,5 Punkte)
2. Leiten Sie die Lösungsformel zur Berechnung von I_s nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate her. Wenn Sie zur Vereinfachung neue Variablen einführen, kennzeichnen Sie eindeutig wie diese definiert sind! (2 Punkte)
3. Berechnen Sie I_s mit Hilfe der für U_d und I_d gegebenen Werte. (0,5 Punkte)

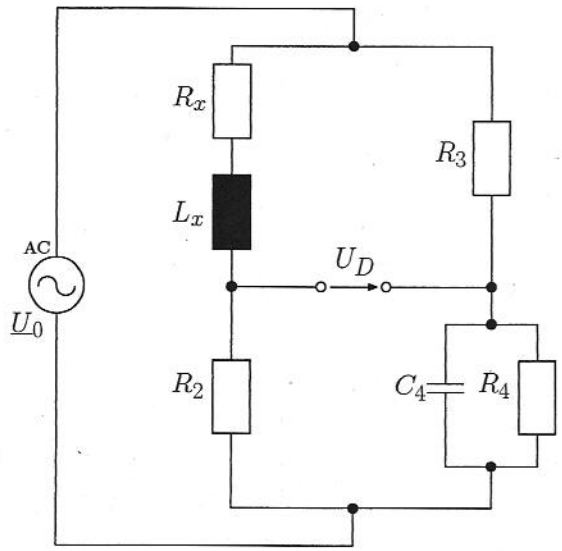
2.3. kubische Splines (1 Punkt)

Nennen Sie vier Bedingungen, die an einen kubischen Spline gestellt werden. Geben Sie zu jeder Anforderung eine Formel an, die diese beschreibt.

3. Aufgabe (5 Punkte): Messbrücke

3.1. (1.5 Punkte)

Stellen Sie die Abgleichbedingung für $U_d = 0$ der gegebenen Messbrücke auf. Das zu prüfende, reale Bauteil ist eine Spule bestehend aus L_x und R_x.



3.2. (1 Punkt)

Geben Sie jeweils eine Gleichung für den Realanteil und eine Gleichung für den Imaginäranteil der abgeglichenen Messbrücke an.
Hinweis: Es ist nicht notwendig, konjugiert komplex zu erweitern!

3.3. (0.5 Punkte)

Geben Sie jeweils eine Gleichung für die gesuchten Bauteile R_x und L_x an für den Fall, dass die Abgleichbedingung erfüllt ist.

3.4. (1.5 Punkte)

Geben Sie das Ersatzschaltbild und die Formel für die Impedanz (Wechselstromwiderstand) eines

- idealen Kondensators ohne ohmsche Verluste
- realen Kondensators für niedrige Frequenzen
- realen Kondensators für hohe Frequenzen

an? Geben Sie mindestens zwei physikalische Gründe für die ohmschen Verluste an?

4. Aufgabe (5 Punkte): Digitale Messkette

4.1. Kennlinie eines Analog-Digital-Umsetzers (ADU) (1 Punkt)

Gegeben ist ein Analog-Digital-Umsetzer mit einer numerischen Auflösung von n=2 Bit. Der Eingangsspannungsbereich beträgt 0 bis 21 Volt. Zeichnen Sie die Kennlinie des Umsetzers. Tragen Sie in die Zeichnung die korrekten Achsenbeschriftungen ein. Skalieren Sie die Achsen und bestimmen Sie exakt die Stellen, an denen die Kennlinie sich sprungförmig ändert.

4.2. Aliasing (2 Punkte)

Es soll eine Messkette zur Aufnahme von Daten entworfen werden. Hierfür steht ein **16 Bit**-Analog-Digital-Umsetzer (ADU) mit einem Eingangsspannungsbereich von -10 bis 10 Volt, ein Abtast-Halte-Glied und ein Tiefpass zur Verfügung.

1. Gegen Sie das Abtasttheorem nach Shannon an? (0,5 Punkte)
2. Berechnen Sie U_{LSB} des Analog-Digital-Umsetzers. (0,5 Punkte)
3. Es soll mit einer Frequenz von 2 kHz abgetastet werden. Das Filter soll eine 3-db-Grenzfrequenz von 0,25 kHz besitzen. Bestimmen Sie die Ordnung des benötigten Aliasing-Filters. (1 Punkt)

4.3. Umsetzverfahren (1 Punkt)

Skizzieren Sie einen 2 Bit ADU mit parallelem Umsetzverfahren zum Einlesen der Spannung U_e. Wieviel Komparatoren sind notwendig für einen ADU mit n Bit Auflösung und von welchen Einflussgrößen hängt die Genauigkeit ab?

4.4. Fragen (1 Punkt)

Kennzeichnen Sie die richtigen Aussagen (Für jede falsche Antwort werden 0,5 Punkten abgezogen. Die minimale Punktzahl für die gesamte Aufgabe beträgt 0):

1. Die Amplitude der zu messenden Spannung beeinflusst maßgeblich die Amplitude des Quantisierungsrauschens.
2. Die Verteilungsfunktion des Quantisierungsrauschens kann gleichverteilt angenommen werden.
3. Bei auftretendem Clipping ist der Quantisierungsfehler auf einen Maximalwert begrenzt.
4. Ein 8-Bit ADU mit parallelem Umsetzverfahren besitzt $(2^8 - 1)$ Komparatoren.
5. Je größer die Anzahl der Bits vom ADU ist, desto größer ist das Quatisierungsrauschen.

5. Aufgabe (5 Punkte): Eigenschaften von Messsystemen

5.1. Tiefpass erster Ordnung (3,5 Punkte)

In dem folgenden Bild ist ein Tiefpass-Filter erster Ordnung dargestellt.

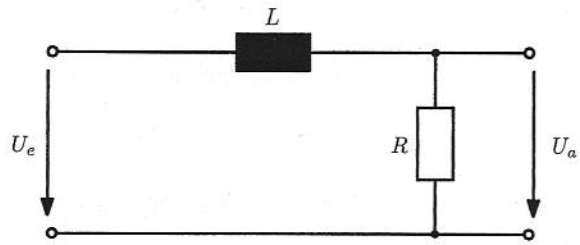


Abbildung 1: Tiefpass erster Ordnung

1. Skizzieren Sie den Betrags- und Phasenfrequenzgang des Filters. Beschriften Sie die Achsen. Geben Sie auch die Steigung der Dämpfung pro Dekade an. (1 Punkt)

2. Es sind folgende Werte gegeben: $R = 158\,\Omega$ und $L = 100\,\mathrm{mH}$. Berechnen Sie daraus die Übertragungsfunktion $G(s)$ und den Betragsfrequenzgang des Filters. (1 Punkt)

3. Bestimmen Sie die 3-dB-Grenzfrequenz f_g des Filters. Skalieren Sie nun die Achsen und markieren Sie die Grenzfrequenz in Ihrer Zeichnung. (0,5 Punkte)

4. Sie haben die Aufgabe, den Betragsfrequenzgang des Tiefpass-Filters zu bestimmen. Geben Sie eine Messschaltung zur Aufnahme des Betragsfrequenzgangs an. Welche Größen müssen Sie messen und welche Geräte benötigen Sie? (1 Punkt)

5.2. Kennlinie (0,5 Punkte)

Welche Einstellmöglichkeiten einer Kennlinie sind Ihnen bekannt? Nennen Sie mindestens zwei Einstellmöglichkeiten und erklären Sie eine.

5.3. Zusammengesetzte Systeme (1 Punkt)

Ein Messsystem besitzt die im Bild dargestellte Struktur. Beachten Sie das Minuszeichen am Summationspunkt. Leiten und vereinfachen Sie die gesamte Übertragungsfunktion G(s) her.

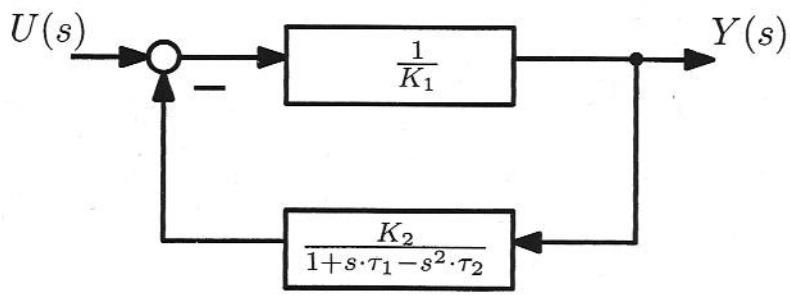


Abbildung 2: Rückgekoppeltes Messsystem

6. Aufgabe (5 Punkte): Leistungsmessung

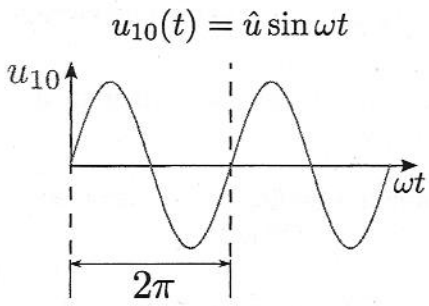
6.1. Leistungsmessung an einer Kondensator (1,5 Punkte)

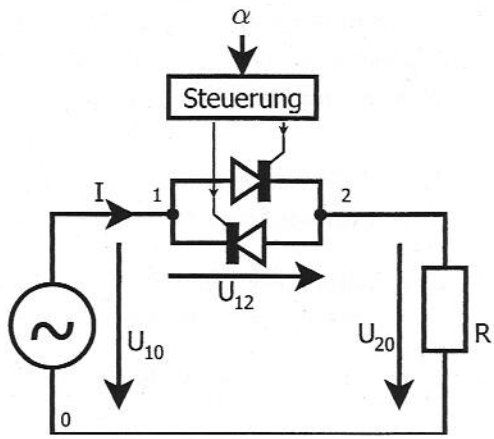
Eine Schaltung enthält einen realen Kondensator. Sie haben die Aufgabe, die Wirkleistung an dem Kondensator zu messen. Der Kondensator besitzt also einen ohmschen und einen kapazitiven Anteil. An dem Kondensator liegt eine rein sinusförmige Spannung an (50 Hz, **keine Oberwellen**).

1. Welche Messgeräte benötigen Sie, um die Wirkleistung zu messen? Erläutern sie *kurz*, wozu die verwendeten Messgeräte notwendig sind. (0,5 Punkte)
2. Zeichnen Sie einen Schaltplan, der zeigt wie Spannungsquelle, Kondensator und Messgeräte für die Wirkleistungsmessung verschaltet sein müssen. (0,5 Punkte)
3. Wie lautet die Berechnungsformel der Wirkleistung für diese Anwendung? (0,5 Punkte)

6.2. Scheinleistung am Wechselstromsteller (1,5 Punkte)

Die Leistungsverläufe an einem Wechselstromsteller werden untersucht. Dabei wird an einer ohmschen Last R der Anschnittswinkel α der Thyristoren verändert (siehe Abbildungen).





Es wurden folgende Messwerte aufgenommen:

Größe	Wert	Messbereich	Klasse
Strom („echter" Effektivwert)	2,6 A	10 A	0,5
Spannung („echter" Effektivwert)	230 V	500 V	0,5
Wirkleistung (vor Wechselstromsteller)	370 W	1500 W	1,0
Grundschwingungsblindleistung Q_1 (vor Wechselstromsteller)	290 Var	750 Var	1,0

Berechnen Sie:

1. die Scheinleistung S (0,5 Punkte)
2. Die maximalen Fehlergrenzen (in VA) für die Scheinleistung S. (1 Punkt)
   Hinweis: Die Klasse des Messgerätes gibt die maximale Fehlergrenze in Prozent bezogen auf den Messbereich an.

6.3. Strom am Wechselstromsteller (2 Punkte)

Leiten Sie die Gleichung für die Wirkleistung P des Stromes am Wechselstromsteller in Abhängigkeit vom Anschnittswinkel α her. (**Hinweis:** $\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$)